Uniwersytet Wrocławski

O możliwości faktoryzacji przekroju czynnego pochodzącego z wybicia dwóch nukelonów

Jakub Żmuda

Instytut Fizyki Teoretycznej

March 23, 2015

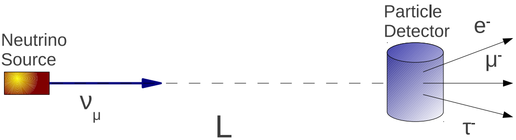
Uniwersytet Wrocławski

Spis treści

1. Motywacja
2. CCRV PRC89
   - Układ dwóch ciał i kwantowy oscylator harmoniczny.
   - Rozkład pędów dwóch nukleonów.
   - Faktoryzacja przekroju

Uniwersytet Wrocławski

Akceleratorowy eksperyment oscylacyjny



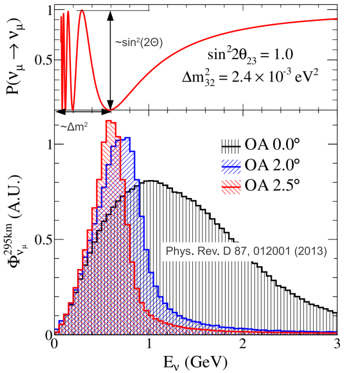
- Szerokie spektrum energii ν_μ (T2K- $\langle E \rangle \approx 650$ MeV).
- Detektor w odległości L. Oddziaływanie z **jądrem atomowym**.
- Eksperyment interferometryczny, przybliżenie dwuzapachowe$\mu \to \tau$:

$$P(\nu_\mu \to \nu_\mu) \approx 1 - \sin^2(2\Theta_{23}) \sin^2 \left[1.267 \frac{\Delta m_{23}^2 L}{E} \frac{\mathrm{GeV}}{\mathrm{eV}^2 \ \mathrm{km}} \right]$$

- Ścisła korelacja odległość-energia neutrina. Poszukiwania “nowej fizyki”.

Pomiar parametrów oscylacji

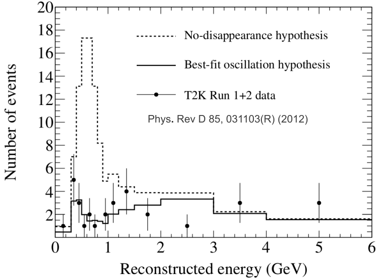
- Eksperyment T2K:



- Przykładowa obserwable: "zrekonstruowana energia" (brak pomiarów bezpośrednich dla energii!):

$$E_{rec} = \frac{E_\mu M - \frac{1}{2} m_\mu^2}{M - E_\mu + p_\mu \cos(\Theta_\mu)}$$

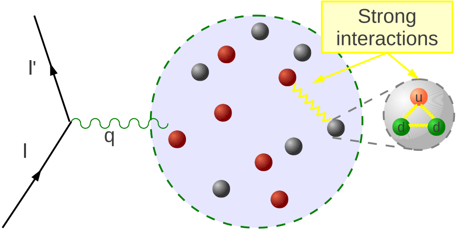
E_μ-energia mionu, $\cos(\Theta_\mu)$-kąt produkcji.



Przewidywanie ilości i typu zdarzeń bez i z oscylacjami -tylko poprzez Monte Carlo.

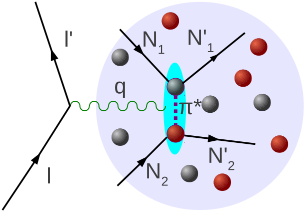
MC- dostajemy to, co włożymy ("GIGO" theorem Garbage In Garbage Out).

Oddziaływanie z jądrem atomowym



- Czteropęd leptonów l, l', przekaz czteropędu $q \equiv l - l'$.
- Jądro - stan związany nukleonów, nukelon - stan związany kwarków. Niewyobrazalna ilość możliwych procesów.
- Oddziaływania silne- różne stopnie przybliżeń.

Prądy wymiany mezonów (2p2h/MEC)



- Oddziaływanie z parą skorelowanych nukleonów (wymiana mezonów).
- Trzeci co do wazności proces dla energii wiązki T2K.

- Ekstremalnie trudny do zmierzenia: progi na pomiar protonu, neutrony jedynie przez reinterakcje (np. emisja γ z jądra)
- Nukleony: silne oddziaływania stanów końcowych (FSI).
- Ale: propozycje pomiarów neutrinowych w T2K, Argoneut etc. !
- Czego mogą szukać doswiadczalnicy??

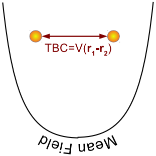
Uniwersytet Wrocławski

Prądy wymiany mezonów (2p2h/MEC)

- Modele mikroskopowe:
  1. "Dokładne" (Monte Carlo funkcji Greena) typu Carlson-Schiavilla-Gandolfi
  2. Przybliżone modele mikroskopowe oparte na lokalnym gazie Fermiego i efektywnej teorii pola (hadrony+mezony): Donnelly-Amaro, Martini-Marteau, Nieves etc.
- 1: realistyczne jądro, możliwa informacja o korelacjach nukleonowych,
  złożoność numeryczna (do ^{12}C góra i dla niskich energii poniżej wzbudzenia Δ i produkcji pionów, klastry obliczeniowe Los Alamos).
- 2: szybsze obliczenie, szeroki zakres kinematyk (produkcja pionów, seria rezonansów barionowych w tym samym języku),
  gaz Fermiego, brak korelacji, zbyt uproszczone?
- Do tej pory jedynie druga grupa w MC $\rightarrow$ poszukiwania MEC w oddziaływaniu neutrin.
- Proste podejście od 1 z informacją o korelacjach?

Podstawowe informacje

- Publikacja Colle, Cosyn, Ryckebush, Vanhalst Phys. Rev. C 89,024603, 2014.
- Faktoryzacja ekskluzywnego przekroju $A(e, e', p, N)$.
- Proporcjonalność przekrojów do warunkowej dystrybucji pędów środka masy pary nukleonów.
- Uproszczony opis w bazie oscylatorowej i "rozwinięciu klastrowym".
- Na początek: dawka uderzeniowa mechaniki kwantowej.



Oscylator harmoniczny

- Separacja stopni swobody na ruch względny i środka masy w kwantowym oscylatorze harmonicznym I. Talmi, Helv. Phys. Acta 25 (1952) 185, M. Moshinsky, Nucl. Phys. 13 (1959) 104.
- Tutaj: bardziej ogólne rozważania z B. Buck, A. C Merchant, Nucl. Phys. A 600, 387-402, 1992.
- Układ dwóch czastek o masach m_1 i m_2 i częstościach ω_1 i ω_2:

$$\left[-\frac{\hbar^2\Delta_1}{2m_1}+\frac{1}{2}m_1\omega_1^2\vec{r}_1^2-\frac{\hbar^2\Delta_2}{2m_2}+\frac{1}{2}m_2\omega_2^2\vec{r}_2^2\right]\Psi\left(\vec{r}_1,\vec{r}_2\right)=(E_1+E_2)\Psi\left(\vec{r}_1,\vec{r}_2\right)$$

- Energie własne $E_i=\hbar\omega_i(2n_i+l_i+\frac{3}{2})$
- Funkcja falowa: iloczyn dwóch rozwiązań oscylatora harmonicznego:

$$\Psi\left(\vec{r}_1,\vec{r}_2\right)=\phi_{n_1l_1m_1}(\vec{r}_1)\phi_{n_2l_2m_2}(\vec{r}_2)$$

- Na razie brak informacji o względnym momencie pędu pary itp.

Uniwersytet Wrocławski

Oscylator harmoniczny

- W bezwymiarowych współrzędnych $\vec{\rho}_i = \left(\frac{m_i \hbar}{\omega_i}\right)^{\frac{1}{2}} \vec{r}_i$, $E_i = \hbar\omega_i\varepsilon_i$.

$$\left[\hbar\omega_1\left(\frac{1}{2}\Delta_{\rho_1} - \frac{1}{2}\vec{\rho}_1^{\,2} + \varepsilon_1\right) + \hbar\omega_2\left(\frac{1}{2}\Delta_{\rho_2} - \frac{1}{2}\vec{\rho}_2^{\,2} + \varepsilon_2\right)\right]\Psi\left(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2\right) = 0$$

- Tutaj analogicznie:

$$\Psi\left(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2\right) = \phi_{n_1 l_1 m_1}(\vec{\rho}_1)\phi_{n_2 l_2 m_2}(\vec{\rho}_2)$$

- Równanie Schrödingera: każdy nawias () zeruje funkcje falową, czyli:

$$\left[\left(\frac{1}{2}\Delta_{\rho_1} - \frac{1}{2}\vec{\rho}_1^{\,2} + \varepsilon_1\right) + \left(\frac{1}{2}\Delta_{\rho_2} - \frac{1}{2}\vec{\rho}_2^{\,2} + \varepsilon_2\right)\right]\Psi\left(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2\right) = 0$$

- Po przekształceniach możliwa zmiana zmiennych:

$$\begin{pmatrix} \vec{\varrho} \\ \vec{\mathrm{P}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \vec{\rho}_1 \\ \vec{\rho}_2 \end{pmatrix}$$

Uniwersytet Wrocławski

Oscylator harmoniczny

- Działanie na operatory tworzące Hamiltonian:

$$\begin{aligned}
\Delta_{\rho_1} &= \cos(\beta)^2 \vec{\nabla}_{\varrho}^2 + 2\sin(\beta)\cos(\beta)\vec{\nabla}_{\varrho}\vec{\nabla}_{\mathrm{P}} + \sin(\beta)^2 \vec{\nabla}_{\mathrm{P}}^2 \\
\Delta_{\rho_2} &= \sin(\beta)^2 \vec{\nabla}_{\varrho}^2 - 2\sin(\beta)\cos(\beta)\vec{\nabla}_{\varrho}\vec{\nabla}_{\mathrm{P}} + \cos(\beta)^2 \vec{\nabla}_{\mathrm{P}}^2 \\
\vec{\rho}_1^{\,2} &= \cos(\beta)^2 \vec{\varrho}^{\,2} + 2\sin(\beta)\cos(\beta)\vec{\varrho}\vec{\mathrm{P}} + \sin(\beta)^2 \vec{\mathrm{P}}^2 \\
\vec{\rho}_2^{\,2} &= \sin(\beta)^2 \vec{\varrho}^{\,2} - 2\sin(\beta)\cos(\beta)\vec{\varrho}\vec{\mathrm{P}} + \cos(\beta)^2 \vec{\mathrm{P}}^2
\end{aligned}$$

- Hamiltonian po transformacji:

$$\begin{aligned}
\left[\left(\frac{1}{2}\Delta_{\varrho} - \frac{1}{2}\vec{\varrho}^{\,2} + \varepsilon\right) + \left(\frac{1}{2}\Delta_{\mathrm{P}} - \frac{1}{2}\vec{\mathrm{P}}^2 + \mathrm{E}\right)\right]\Psi\left(\vec{\varrho}, \vec{\mathrm{P}}\right) &= 0 \\
\varepsilon &= 2n + l + \frac{3}{2} \\
\mathrm{E} &= 2N + L + \frac{3}{2} \\
\varepsilon + \mathrm{E} &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\
\Psi\left(\vec{\varrho}, \vec{\mathrm{P}}\right) &= \phi_{nlm}(\vec{\varrho})\phi_{NLM}(\vec{\mathrm{P}})
\end{aligned}$$

- Taka separacja tylko dla oscylatora harmonicznego i cząstek swobodnych (forma potencjału).

Uniwersytet Wrocławski

Oscylator harmoniczny

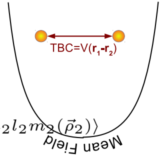
- Najprostszy przykład (Talmi-Moshinsky): $m_1 = m_2$, $\omega_1 = \omega_2$ i $\beta = \frac{\pi}{4}$

$$\begin{pmatrix} \vec{\varrho} \\ \vec{\mathrm{P}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\rho}_1 \\ \vec{\rho}_2 \end{pmatrix} = \left(\frac{\omega}{m\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

- Klasyczny rozdział ruch środka masy-ruch względny.
- Różne masy i częstości: ruch względny opisywany przez $\varrho \Leftrightarrow \varrho \propto \vec{r}_1 - \vec{r}_2$:

$$\begin{aligned} \vec{\varrho} &= \left(\frac{m_1\omega_1}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \vec{r}_1 \cos(\beta) - \left(\frac{m_2\omega_2}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \vec{r}_2 \sin(\beta) = \left(\frac{m_1\omega_1 m_2\omega_2}{\hbar(m_1\omega_1 + m_2\omega_2)}\right)^{\frac{1}{2}} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ \mathrm{tg}(\beta) &= \left(\frac{m_1\omega_1}{m_2\omega_2}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Oscylator harmoniczny



- Zysk: rozdział korelacji dwuciałowej od średniego pola (inny potencjał, np. Woods-Saxon- rozwinięcie w bazie oscylatora harmonicznego).
- Rzut stanu własnego dwóch cząstek o całkowitym momencie pędu (Λ, λ) na funkcje ruchu ś.m. i wzglednego:

$$\begin{aligned} |n_1 l_1 m_1(\vec{\rho}_1), n_2 l_2 m_2(\vec{\rho}_2) : \Lambda\lambda\rangle &= \sum_{m1m2} \langle l_1 m_1, l_2 m_2 | \Lambda\lambda\rangle \, |n_1 l_1 m_1(\vec{\rho}_1), n_2 l_2 m_2(\vec{\rho}_2)\rangle \\ &= \sum_{NLnl} \langle NL, nl : \Lambda | n_1 l_1, n_2 l_2 : \Lambda\rangle \left| NL(\vec{\mathrm{P}}), nl(\vec{\varrho}) : \Lambda \right\rangle \end{aligned}$$

- "Nawias Talmiego-Moshinskiego":

$$\begin{aligned} \langle NL, nl : \Lambda | n_1 l_1, n_2 l_2 : \Lambda\rangle &= \sum_{\lambda=const.} \langle NL, nl|\Lambda\lambda\rangle \, \langle \Lambda\lambda | n_1 l_1, n_2 l_2\rangle \, \langle NL, nl | n_1 l_1, n_2 l_2\rangle \\ \langle NL, nl | n_1 l_1, n_2 l_2\rangle &= \int d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2 \phi^*_{NLM}(\vec{\mathrm{P}}) \phi^*_{nlm}(\vec{\varrho}) \phi_{n_1 l_1 m_1}(\vec{\rho}_1) \phi_{n_2 l_2 m_2}(\vec{\rho}_2) \end{aligned}$$

- Cały problem w całce: ciekawa technika funkcjonałów generujących w Buck-Merchant (dla dalszych rozważań nieistotne).

Uniwersytet Wrocławski

Oscylator harmoniczny

- Obliczenie korelacji/operatora dwuciałowego (zachowuje moment pędu pary):

$$\langle n_3 l_3(\vec{r}_1), n_4 l_4(\vec{r}_2) : \Lambda\lambda \,| V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) |\, n_1 l_1(\vec{r}_1), n_2 l_2(\vec{r}_2) : \Lambda\lambda\rangle =$$
$$= \sum_{NLnl} \sum_{\tilde{N}\tilde{L}\tilde{n}\tilde{l}} \langle NL, nl : \Lambda | n_1 l_1, n_2 l_2 : \Lambda\rangle \left\langle n_1 l_1, n_2 l_2 : \Lambda | \tilde{N}\tilde{L}, \tilde{n}\tilde{l} : \Lambda\right\rangle \times$$
$$\times \left\langle \tilde{N}\tilde{L}(\vec{\mathrm{P}}), \tilde{n}\tilde{l}(\vec{\varrho}) : \Lambda \,| V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) |\, NL(\vec{\mathrm{P}}), nl(\vec{\varrho}) : \Lambda\right\rangle =$$
$$= \sum_{NLnl\tilde{n}\tilde{l}} \langle NL, nl : \Lambda | n_1 l_1, n_2 l_2 : \Lambda\rangle \left\langle n_1 l_1, n_2 l_2 : \Lambda | NL, \tilde{n}\tilde{l} : \Lambda\right\rangle \times$$
$$\times \sum_{m\tilde{m}M} \langle lm, LM | \Lambda\lambda\rangle \left\langle \tilde{l}\tilde{m}, LM | \Lambda\lambda\right\rangle \left\langle \tilde{n}\tilde{l}\tilde{m}(\vec{\varrho}) \middle| V\left(\left(\frac{\hbar(m_1\omega_1 + m_2\omega_2)}{m_1\omega_1 m_2\omega_2}\right)^{\frac{1}{2}} \vec{\varrho}\right) \middle| nlm(\vec{\varrho})\right\rangle$$

- Funkcje "środka masy" $\vec{\mathrm{P}}$: "wycałkowane".
- Ograniczenie problemu do działania operatora na współrzędnych względnych i nawiasów Talmiego-Moshinskiego. Sumy skończone ze względu na zasady składania momentów pędu.

Uniwersytet Wrocławski

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

- Powrót po długiej dygresji. Rozkład pędów par pp i pn. Całkowite i względne położenia i pędy (uwaga na normalizację Ryckebusha):

$$\begin{array}{ll} \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 & \vec{R} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \\ \vec{k} = \frac{\vec{k}_1 - \vec{k}_2}{2} & \vec{P} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \end{array}$$

- Wprowadzamy rozkład gęstości pędów:

$$P_2(\vec{k}, \vec{P}) = \frac{1}{(2\pi)^6} \int d\vec{r} d\vec{r}\,' d\vec{R} d\vec{R}'$$
$$e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}\,')} e^{i\vec{P}(\vec{R}-\vec{R}')} \rho_2(\vec{r}\,' \vec{R}'; \vec{r}\vec{R})$$

- Dwuciałowa gęstość stanów przy zadanym stanie jądra Ψ_A i całce po wszystkich współrzędnych oprócz $\vec{r}_1, \vec{r}_2$:

$$\rho_2(\vec{r}\,' \vec{R}'; \vec{r}\vec{R}) = \int \{d\vec{r}_{3-A}\} \Psi^*_A(\vec{r}\,'_1, \vec{r}\,'_2, \vec{r}_3, \ldots, \vec{r}_A) \Psi_A(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \ldots, \vec{r}_A)$$

Uniwersytet Wrocławski

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

- W sumie 3 zmienne niezależne dla rozkładu $P_2(\vec{k}, \vec{P})$: $|\vec{k}|$, $|\vec{P}|$ i kąt między pędami. Ten ostatni nieistotny dla $P \lesssim 200\text{MeV}$.
- Ważne obserwable:
  1. Prawdopodobieństwo znalezieia pary nukleonów z pędem środka masu $[P, P + dP]$ oraz pędem wzglednym $[k, k + dk]$
  $$n_2(k, P)k^2 dkP^2 dP = k^2 dkP^2 dP \int d\Omega_k d\Omega_P P_2(\vec{k}, \vec{P})$$
  2. Rozkład pędów środka masy par:
  $$P_2(P) = \int d\Omega_P d\vec{k} P_2(\vec{k}, \vec{P}) = \int dk k^2 n_2(k, P)$$
  3. Rozkład pędów względnych w parze:
  $$n_2(k) = \int d\Omega_k d\vec{P} P_2(\vec{k}, \vec{P})$$

Uniwersytet Wrocławski

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

- Rachunki w jądrze: momenty pędów par. Transformacje do odpowiedniej bazy:

$$
\begin{aligned}
e^{i\vec{k}\vec{r}} &= 4\pi \sum_{lm} i^l j_l(kr) Y_{lm}(\Omega_r) Y^*_{lm}(\Omega_k) \\
e^{-i\vec{k}\vec{r}} &= 4\pi \sum_{lm} (-i)^l j_l(kr) Y_{lm}(\Omega_r) Y^*_{lm}(\Omega_k) = (e^{i\vec{k}\vec{r}})^* = \\
&= 4\pi \sum_{lm} (-i)^l j_l(kr) Y^*_{lm}(\Omega_r) Y_{lm}(\Omega_k)
\end{aligned}
$$

- Przydatne relacje ortogonalności sferycznych harmonik i funkcji Bessela:

$$
\begin{aligned}
\int d\Omega Y_{lm}(\Omega) Y^*_{l'm'}(\Omega) &= \delta_{ll'} \delta mm' \\
\int_0^\infty r^2 j_l(kr) j_l(k'r) &= \frac{2\pi}{k^2} \delta(k - k')
\end{aligned}
$$

Uniwersytet Wrocławski

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

- Dla $n_2(k,P)$ reprezentacja w momencie pędu:

$$\begin{aligned}
n_2(k,P) &= \int d\Omega_k d\Omega_P \frac{(4\pi)^4}{(2\pi)^6} \int d\vec{r} d\vec{r}\,' d\vec{R} d\vec{R}' \sum_{l m_l} \sum_{l' m'_{l'}} \sum_{\Lambda M_\Lambda} \sum_{\Lambda' M_{\Lambda'}} \\
& j_l(kr) Y_{l m_l}(\Omega_r) Y^*_{l m_l}(\Omega_k) j_{l'}(kr') Y^*_{l' m_{l'}}(\Omega_{r'}) Y_{l' m_{l'}}(\Omega_k) \\
& j_\Lambda(PR) Y_{\Lambda M_\Lambda}(\Omega_R) Y^*_{\Lambda M_\Lambda}(\Omega_P) j_{\Lambda'}(PR') Y^*_{\Lambda' M_{\Lambda'}}(\Omega_{R'}) Y_{\Lambda' M_{\Lambda'}}(\Omega_P) \\
& (i)^{l+\Lambda} (-i)^{l'+\Lambda'} \rho_2(\vec{r}\,' \vec{R}'; \vec{r}\vec{R}) = \\
&= \frac{4}{\pi^2} \int d\vec{r} d\vec{r}\,' d\vec{R} d\vec{R}' \sum_{l m_l} \sum_{\Lambda M_\Lambda} j_l(kr) j_l(kr') Y_{l m_l}(\Omega_r) Y^*_{l m_l}(\Omega_{r'}) \\
& j_\Lambda(PR) j_{\Lambda'}(PR') Y_{\Lambda M_\Lambda}(\Omega_R) Y^*_{\Lambda M_\Lambda}(\Omega_{R'}) \rho_2(\vec{r}\,' \vec{R}'; \vec{r}\vec{R}) = \\
&= \frac{4}{\pi^2} \sum_{l m_l} \sum_{\Lambda M_\Lambda} n_2^{l m_l \Lambda M_\Lambda}(k,P)
\end{aligned}$$

- Nowa wielkość: operator gęstości w bazie momentu pędu:

$$\begin{aligned}
n_2^{l m_l \Lambda M_\Lambda}(k,P) &= \int r^2 dr r'^2 dr' R^2 dR R'^2 dR' j_l(kr) j_l(kr') j_\Lambda(PR) j_{\Lambda'}(PR') \int d\Omega_r d\Omega_{r'} \\
& d\Omega_R d\Omega_{R'} Y_{l m_l}(\Omega_r) Y^*_{l m_l}(\Omega_{r'}) Y_{\Lambda M_\Lambda}(\Omega_R) Y^*_{\Lambda M_\Lambda}(\Omega_{R'}) \rho_2(\vec{r}\,' \vec{R}'; \vec{r}\vec{R}) = \\
&= \int r^2 dr r'^2 dr' R^2 dR R'^2 dR' j_l(kr) j_l(kr') j_\Lambda(PR) \\
& j_{\Lambda'}(PR') \rho_2^{l m_l \Lambda M_\Lambda}(r,R;r',R')
\end{aligned}$$

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

- Start: baza cząstek niezależnych (IPM-“Independent Particle Model"). Stan podstawowy jądra: wyznacznik Slatera

$$\Psi_A^{IPM} = (A!)^{-\frac{1}{2}} \det[\phi_{\alpha_i}(\vec{x}_i)]$$

- Kwantyzacja ze spinem i izospinem $\vec{x}_i \equiv (\vec{r}_i, \vec{\sigma}_i, \vec{\tau}_i)$. Trochę kombinatoryki do gęstości dwuciałowej w IPM:

$$\rho_2^{IPM}(\vec{r}'\vec{R}'; \vec{r}\vec{R}) = \frac{2}{A(A-1)} \sum_{\alpha<\beta} \frac{1}{\sqrt{2}}[\phi^*_\alpha(\vec{x}'_1)\phi^*_\beta(\vec{x}'_2) - \phi^*_\beta(\vec{x}'_1)\phi^*_\alpha(\vec{x}'_2)]$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}}[\phi_\alpha(\vec{x}_1)\phi_\beta(\vec{x}_2) - \phi_\beta(\vec{x}_1)\phi_\alpha(\vec{x}_2)]$$

- Suma po wszystkich zajętych stanach i “całka” po spinie i izospinie. W bazie oscylatorowej

$$\phi_\alpha(\vec{x}) = \psi_{n_\alpha l_\alpha m_{l_\alpha}}(\vec{r})\chi_{\sigma_\alpha}(\vec{\sigma})\eta_{\tau_\alpha}(\vec{\tau})$$

- Ryckebush et al.: równe masy p i n oraz ten sam potencjał $\hbar\omega(MeV) = 45A^{\frac{1}{3}} - 25A^{\frac{2}{3}}$.

Uniwersytet Wrocławski

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

- Zapis unormowanego stanu antysymetrycznego (NAS) w bazie środek masy+ruch względny:

$$|\alpha\beta\rangle^{NAS} = \sum_{nlm_l} \sum_{N\Lambda M_\Lambda} \sum_{SM_S TM_T} \langle nlm_l N\Lambda M_\Lambda SM_S TM_T|\alpha\beta\rangle \, |nlm_l N\Lambda M_\Lambda SM_S TM_T\rangle$$

- Rozwijamy nawias Diraca:

$$\langle nlm_l N\Lambda M_\Lambda SM_S TM_T|\alpha\beta\rangle = C_{\alpha\beta}^{nlm_l N\Lambda M_\Lambda SM_S TM_T} = C_{\alpha\beta}^{\Upsilon} =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}[1-(-1)^{l+S+T}] \left\langle \frac{1}{2}\tau_\alpha \frac{1}{2}\tau_\beta|TM_T \right\rangle \left\langle \frac{1}{2}\sigma_\alpha \frac{1}{2}\sigma_\beta|SM_S \right\rangle \langle nlm_l N\Lambda M_\Lambda|\alpha\beta\rangle$$

- Pierwszy człon: efekt antysymetryzacji. Ostatni nawias: transformacja Talmi-Moshinsky

$$\langle nlm_l N\Lambda M_\Lambda|\alpha\beta\rangle = \sum_{LM_L} \langle l_\alpha m_\alpha l_\beta m_\beta|LM_L\rangle \, \langle LM_L|lm_l \Lambda M_\Lambda\rangle \, \langle nlN\Lambda : L|n_\alpha l_\alpha n_\beta l_\beta : L\rangle$$

- Stąd:

$$C_{\alpha\beta}^{\Upsilon} = \frac{1}{\sqrt{2}}[1-(-1)^{l+S+T}] \left\langle \frac{1}{2}\tau_\alpha \frac{1}{2}\tau_\beta|TM_T \right\rangle \left\langle \frac{1}{2}\sigma_\alpha \frac{1}{2}\sigma_\beta|SM_S \right\rangle$$
$$\sum_{LM_L} \langle l_\alpha m_\alpha l_\beta m_\beta|LM_L\rangle \, \langle LM_L|lm_l \Lambda M_\Lambda\rangle \, \langle nlN\Lambda : L|n_\alpha l_\alpha n_\beta l_\beta : L\rangle$$

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

- Po transformacji Talmi-Moshinsky mamy gęstość prawdopodobieństwa (wybieramy też poziom n!):

$$
\begin{aligned}
P_2^{l m_l \Lambda m_\Lambda}(P) &= \int k^2 dk n_2^{l m_l \Lambda m_\Lambda}(k, P) = \\
&= \int k^2 dk r^2 dr r'^2 dr' R^2 dR R'^2 dR' j_l(kr) j_l(kr') j_\Lambda(PR) \\
&\quad j_\Lambda(PR') \rho_2^{l m_l \Lambda M_\Lambda}(r, R; r', R') = \\
&= \int k^2 dk r^2 dr r'^2 dr' R^2 dR R'^2 dR' d\Omega_r d\Omega_{r'} d\Omega_R d\Omega_{R'} \\
&\quad j_l(kr) j_l(kr') j_\Lambda(PR) j_\Lambda(PR') Y_{lm}(\Omega_r) Y^*_{lm}(\Omega_{r'}) Y_{\Lambda M_\Lambda}(\Omega_R) Y^*_{\Lambda M_\Lambda}(\Omega_{R'}) \\
&\quad \frac{2}{A(A-1)} \sum_{\alpha<\beta} \left\langle \alpha\beta^{(\prime)} | \alpha\beta \right\rangle^{NAS}
\end{aligned}
$$

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

- Podstawiamy bazę NAS (uwaga, sprzężenie harmonik dozwolone, bo $P, \rho_2 \in \mathcal{R}$):

$$
\begin{aligned}
P_2^{lm_l\Lambda m_\Lambda}(P) &= \int k^2dkr^2drr'^2dr'R^2dRR'^2dR'd\Omega_r d\Omega_{r'}d\Omega_R d\Omega_{R'} \\
& j_l(kr)j_l(kr')j_\Lambda(PR)j_\Lambda(PR')Y^*_{lm}(\Omega_r)Y_{lm}(\Omega_{r'})Y^*_{\Lambda M_\Lambda}(\Omega_R)Y_{\Lambda M_\Lambda}(\Omega_{R'}) \\
& \frac{2}{A(A-1)}\sum_{\alpha<\beta}\sum_{\Upsilon_1\Upsilon_2}(C^{\Upsilon_2}_{\alpha\beta})^*C^{\Upsilon_1}_{\alpha\beta}R_{n_1l_1}(r)R_{N_1\Lambda_1}(\sqrt{2}R) \\
& R_{n_2l_2}(r')R_{N_2\Lambda_2}(\sqrt{2}R')Y_{l_1m_1}(\Omega_r)Y_{\Lambda_1M_{\Lambda_1}}(\Omega_R) \\
& Y^*_{l_2m_2}(\Omega_{r'})Y^*_{\Lambda_2M_{\Lambda_2}}(\Omega_{R'})\delta_{S_1S_2}\delta_{T_1T_2}\delta_{M_{S_1}M_{S_2}}\delta_{M_{T_1}M_{T_2}} = \\
&= \int r^2drr'^2dr'R^2dRR'^2dR'\frac{2\pi}{r^2}\delta(r-r')j_\Lambda(PR)j_\Lambda(PR') \\
& \frac{2}{A(A-1)}\sum_{\alpha<\beta}\sum_{\substack{lm_l\Lambda M_\lambda n_1n_2\\ N_1N_2SM_STM_T}}(C^{\Upsilon_2}_{\alpha\beta})^*C^{\Upsilon_1}_{\alpha\beta} \\
& R_{n_1l}(r)R_{n_2l}(r')R_{N_1\Lambda}(\sqrt{2}R)R_{N_2\Lambda}(\sqrt{2}R') = \\
&= \int R^2dRR'^2dR'j_\Lambda(PR)j_\Lambda(PR')\frac{4\pi}{A(A-1)}\sum_{\alpha<\beta}\sum_{\substack{lm_l\Lambda M_\lambda n_1\\ N_1N_2SM_STM_T}} \\
& (C^{n_1lm_lN_2\Lambda M_\Lambda SM_STM_T}_{\alpha\beta})^*C^{n_1lm_lN_1\Lambda M_\Lambda SM_STM_T}_{\alpha\beta}R_{N_1\Lambda}(\sqrt{2}R)R_{N_2\Lambda}(
\end{aligned}
$$

- Pozbyliśmy się całek po $r, r', \Omega_r, \Omega_{r'}, \Omega_R, k$ oraz sporej ilości sum! Możemy też rozpisać wzór względem poziomów n_1, bo są tylko we współczynnikach liczbowych. Podobnie można postąpić w przypadku $n_2(k)$...

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

- Liczymy obserwable $P_2(P)$ dla danych n i l (p. warunkowe):

$$P_2(P|nl = \nu\lambda) = \frac{2}{\pi} \sum_{m_l} \sum_{\Lambda M_\lambda} P_2^{\nu\lambda m_l \Lambda M_\Lambda}(P).$$

- Teraz mamy możliwość faktoryzacji względem np. relatywnego momentu pędu par:

$$P_2(P) = \sum_{\lambda} P_2(P|l = \lambda).$$

- Wszystko dzięki odpowiedniej bazie, ale np. funkcje własne Woodsa-Saxona da się rowinąć względem funkcji własnych HO.

Uniwersytet Wrocławski

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

- Teraz dodajmy korelacje. Średnie pole IPM praktycznie "załatwia" długozasięgowe. Interesujący wpływ krótkozasięgowych SRC odpowiedzialnych za duże pędy blisko związanych par. Symetryczny operator korelujący stan podstawowy jądra:

$$\hat{G} \approx \hat{S}\left[\Pi_{i<j=1}^{A}(1+\hat{\zeta}(\vec{x}_i,\vec{x}_j))\right]$$

- $\hat{S}$-operator symetryzacji, SRC z członem centralnym, tensorowym (S_{12}) oraz spin-izospin :

$$\hat{\zeta}(\vec{x}_1,\vec{x}_2)) = -g_c(r) + f_{t\tau}(r)S_{12}\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2 + f_{\sigma\tau}(r)\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2$$

- Parametryzacja zależna od modelu oddziaływania, bazy jednocząstkowej etc.
- Skorelowana funkcja falowa:

$$|\Psi_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{\left\langle \Psi_A^{IPM}\left|\hat{G}^\dagger\hat{G}\right|\Psi_A^{IPM}\right\rangle}}\hat{G}\left|\Psi_A^{IPM}\right\rangle$$

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

- Element macierzowy operatora dwuciałowego $\hat{O}^{[2]}$:

$$\left\langle \Psi_A \left| \hat{O}^{[2]} \right| \Psi_A \right\rangle = \frac{\left\langle \Psi_A^{IPM} \left| \hat{G}^\dagger \hat{O}^{[2]} \hat{G} \right| \Psi_A^{IPM} \right\rangle}{\left\langle \Psi_A^{IPM} \left| \hat{G}^\dagger \hat{G} \right| \Psi_A^{IPM} \right\rangle}$$

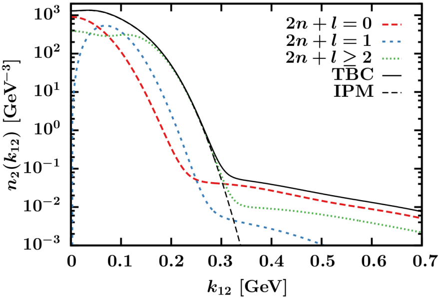
- Dwuciałowe przybliżenie klastrowe: wszystkie operatory działają na te same cząstki:

$$\left\langle \Psi_A \left| \hat{O}^{[2]} \right| \Psi_A \right\rangle = \frac{\left\langle \Psi_A^{IPM} \left| \sum_{i<j=1}^{A} (1 + \hat{\zeta}(\vec{x}_i, \vec{x}_j))^\dagger \hat{O}^{[2]}(i,j)(1 + \hat{\zeta}(\vec{x}_i, \vec{x}_j)) \hat{G} \right| \Psi_A^{IPM} \right\rangle}{\langle \Psi_A | \Psi_A \rangle} =$$

$$= \frac{\left\langle \Psi_A^{IPM} \left| \hat{O}^{[2]} \right| \Psi_A^{IPM} \right\rangle + \text{TBC corrections}}{\langle \Psi_A | \Psi_A \rangle}$$

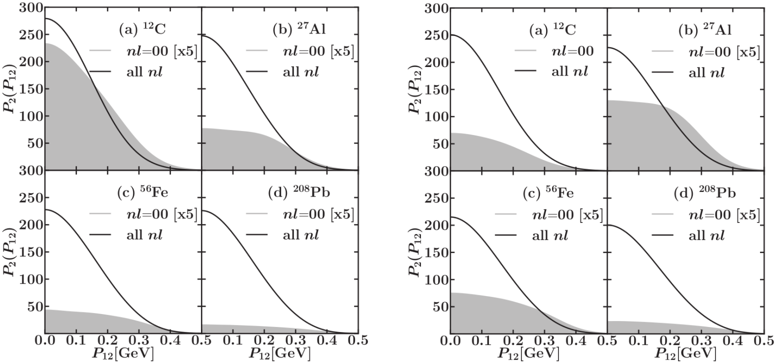
- $P_2(P) \leftrightarrow \hat{O} = \delta\left(\vec{P}_{ij} - (\vec{k}_i + \vec{k}_j)\right)$ oraz $n_2(k) \leftrightarrow \hat{O} = \delta\left(\vec{k}_{ij} - \frac{\vec{k}_i - \vec{k}_j}{2}\right)$.
- $P_2(P)$ niezależny od TBC(wzgledne położenie).
- Za to $n_2(k)$ różne dla IPM i TBC+ interesujący rozkład w ustalonym $2n + l$.

Rozkład pędów dwóch nukleonów.



- Wyniki w bazie oscylatorowej.
- SRC odpowiadają za ogon wysokich pędów -O.K. Duży wkład względnego $n = l = 0$ pary.

Rozkład pędów dwóch nukleonów.



(1)

- Wyniki w bazie oscylatorowej. Pary pp po lewej, pary pn po prawej.
- Wkład względnego $n = l = 0$ pary maleje błyskawicznie z A, ale ważny dla faktoryzacji (nieco później).

Uniwersytet Wrocławski

Rozkład pędów dwóch nukleonów.

TABLE I. The moments of the $P_{2,x}(P_{12,x})$ and the $P_{2,x}(P_{12,x}|nl=00)$ distributions for pp pairs as computed in a HO and WS single-particle basis for various nuclei.

		HO			WS		
		σ (MeV)	γ_1 [Eq. (27)]	κ [Eq. (28)]	σ (MeV)	γ_1 [Eq. (27)]	κ [Eq. (28)]
^{12}C	$P_{2,x}(P_{12,x}\|nl=00)$	156	0.00	−0.25	158	0.00	−0.28
^{12}C	$P_{2,x}(P_{12,x})$	140	−0.01	−0.12	142	−0.01	−0.05
^{27}Al	$P_{2,x}(P_{12,x}\|nl=00)$	164	0.00	−0.45	168	0.00	−0.45
^{27}Al	$P_{2,x}(P_{12,x})$	144	−0.01	−0.20	148	−0.01	−0.20
^{56}Fe	$P_{2,x}(P_{12,x}\|nl=00)$	172	0.00	−0.54	174	0.00	−0.54
^{56}Fe	$P_{2,x}(P_x)$	146	−0.01	−0.27	149	0.00	−0.26
^{208}Pb	$P_{2,x}(P_{12,x}\|nl=00)$	178	0.00	−0.58	177	0.00	−0.63
^{208}Pb	$P_{2,x}(P_{12,x})$	145	0.00	−0.31	146	0.00	−0.31

- Pomiar szerokości σ, skośności γ_1 i kurtozy κ dystrybucji.
- Rozkłady wyraźnie "niegaussowskie".
- Czy chodzi o model? Różnice Woods-Saxon- oscylator niewielkie. "Szczęśliwy przypadek"- mało prawdopodobny.

Uniwersytet Wrocławski

Faktoryzacja przekroju

- Rozważmy ekskluzywnę reakcję $A(e, e', NN)$ przy założeniu, że pozostałe $A - 2$ nukleonów nie bierze udziłau w reakcji ("spectator approximation"). Wirtualny foton oddziałuje ze skorelowaną parą:

$$\gamma^*(q) + A - 2(p_{A-2}) + N(k_1)N(k_2) \to A - 2(p_{A-2}) + N(p_1)N(p_2)$$

- Przybliżenie neirelatywistyczne i wzbudzenie dwóch nukleonów zwiazanych $\alpha_1\alpha_2$ do kontinuum (fale płaskie, antysymetryczny stan kóncowy fermionów). Element macierzowy:

$$\begin{aligned} M^\mu &= \int d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 \left[\chi^\dagger_{s_1}(\vec{\sigma}_1)\eta^\dagger_{t_1}(\vec{\tau}_1)\chi^\dagger_{s_2}(\vec{\sigma}_2)\eta^\dagger_{t_2}(\vec{\tau}_2)e^{-i\vec{p}_1\vec{r}_1}e^{-i\vec{p}_2\vec{r}_2} - (1 \leftrightarrow 2)\right] \times \\ &\times \quad \mathcal{F}^\dagger_{FSI}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\hat{O}^\mu(\vec{x}_1, \vec{x}_2)\phi_{\alpha_1}(\vec{x}_1)\phi_{\alpha_2}(\vec{x}_2) \end{aligned}$$

- χ, η -(izo)spinory. $\mathcal{F}_{FSI}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$- operator oddziaływań stanów końcowych w przypadku wyprowadzenia dwóch nukleonów do kontinuum w punktach $\vec{r}_1$ i $\vec{r}_2$. Według ryckebuscha niezależny od spinu i izospinu przy dostatecznie dużej energii reakcji.

Faktoryzacja przekroju

- Wzbudzenie skorelowanej pary przez symetryczny operator dwuciałowy:

$$\hat{O}^{\mu}(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \left[e^{i\vec{q}\vec{r}_1}\Gamma^{\mu}_{\gamma^* N}(\vec{x}_1) + e^{i\vec{q}\vec{r}_2}\Gamma^{\mu}_{\gamma^* N}(\vec{x}_2)\right]\hat{\zeta}(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$$

- $\hat{\zeta}$-korelacja, Γ^{μ}- nierelatywistyczny wierzchołek $\gamma^* N$. Operator oddziaływania foton-nukleon z poprawką na SRC, działający na stan IPM.

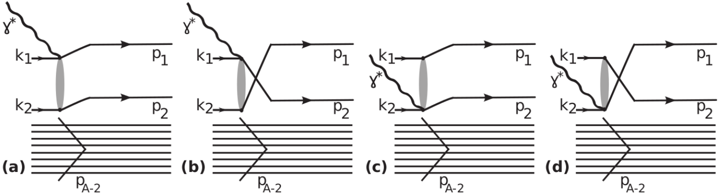


FIG. 5. The four contributions to the $A(e,e'NN)$ amplitude of Eq. (32).

- Rozpiszemy część a).

Faktoryzacja przekroju

- Baza oscylatora harmonicznego, pierwszy wkład do reakcji:

$$M_a^\mu = \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 e^{-i(\vec{p}_1-\vec{q})\vec{r}_1} e^{-i\vec{p}_2\vec{r}_2} \mathcal{F}^\dagger_{FSI}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)$$
$$\left\langle s_1t_1, s_2t_2 \left| \Gamma^\mu_{\gamma^* N}(\vec{x}_1)\hat{\zeta}(\vec{x}_1,\vec{x}_2) \right| \sigma_1\tau_1, \sigma_2\tau_2 \right\rangle \psi_{n_1l_1m_1}(\vec{r}_1)\psi_{n_2l_2m_2}(\vec{r}_2)$$

- Analogiczna transformacja środek masy+ ruch względny:

$$M_a^\mu = \sum_{LM_L} \sum_{\substack{nlm_l \\ N\Lambda M_\Lambda}} \int d\vec{r} d\vec{R} e^{-i\vec{R}\vec{R}} e^{-i\vec{k}^{-}2\vec{r}} \mathcal{F}^\dagger_{FSI}(\vec{R}+\frac{\vec{r}}{2}, \vec{R}-\frac{\vec{r}}{2})$$
$$\psi_{nlm_l}(\frac{\vec{r}}{\sqrt{2}})\psi_{N\Lambda M_\Lambda}(\sqrt{2}\vec{R}) \left\langle l_1 m_{l_1} l_2 m_{l_2} | LM_L \right\rangle \langle LM_L | lm_l \Lambda M_\Lambda \rangle$$
$$\langle nlN\Lambda : L | n_1 l_1 n_2 l_2 : L \rangle \left\langle s_1t_1, s_2t_2 \left| \Gamma^\mu_{\gamma^* N}(\vec{x}_1)\hat{\zeta}(\vec{x}_1,\vec{x}_2) \right| \sigma_1\tau_1, \sigma_2\tau_2 \right\rangle$$

- Tutaj $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{q}$, $\vec{k}^{\mp} = \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_2 \mp q}{2}$.
- Z badania rozkładów gęstości: operatory SRC dają najwięcej przy $n = l = 0$. Sumę można ograniczyć z dobrym przybliżeniem!

Faktoryzacja przekroju

- Z badania rozkładów gęstości: operatory SRC dają najwięcej przy $n = l = 0$. Sumę można ograniczyć z dobrym przybliżeniem! $n = l = 0 \to L = \Lambda$.
- Korelacje krórkozasięgowe, blisko związane pary $\vec{r} \approx 0$:

$$\mathcal{F}^{\dagger}_{FSI}(\vec{R} + \frac{\vec{r}}{2}, \vec{R} - \frac{\vec{r}}{2}) \approx \mathcal{F}^{\dagger}_{FSI}(\vec{R}, \vec{R})$$

- W ramach powyższego przybliżenia:

$$\begin{aligned} M^{\mu}_{a} \quad &\approx \quad \left\langle s_1 t_1, s_2 t_2 \left| \hat{\Gamma}^{\mu}_{\gamma^* N}(\vec{k}^-) \right| \sigma_1 \tau_1, \sigma_2 \tau_2 \right\rangle \sum_{N \Lambda M_\Lambda} \langle l_1 m_1, l_2 m_2 | \Lambda M_\Lambda \rangle \\ &\langle 00 N\Lambda : \Lambda | n_1 l_1 n_2 l_2 : \Lambda \rangle \int d\vec{R} e^{-i\vec{P}\vec{R}} \mathcal{F}^{\dagger}_{FSI}(\vec{R}, \vec{R}) \psi_{N\Lambda M_\Lambda}(\sqrt{2}\vec{R}) \end{aligned}$$

- Gdzie:

$$\hat{\Gamma}^{\mu}_{\gamma^* N}(\vec{p}) = \int d\vec{r} e^{-i\vec{p}\vec{r}} \psi_{000}\left(\frac{\vec{r}}{\sqrt{2}}\right) \Gamma^{\mu}_{\gamma^a\, stN}(\vec{x}_1) \hat{\zeta}(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$$

- Podział na iloczyn członów z $\vec{r}, \vec{k}$ oraz $\vec{R}, \vec{P}$. Rozdział na człon zwiazany z ruchem środka masy i wierzchołkiem oddziaływania ze skorelowaną parą.

Uniwersytet Wrocławski

Faktoryzacja przekroju

- Po zsumowaniu wszystkich 4 członów i wzięciu kwadratu członu elementu macierzowego dostaje się faktoryzowany przekrój czynny:

$$d^8\sigma(e,e'NN) = K_{eNN}\sigma_{e2N}F^D_{n_1l_1,n_2l_2}(\vec{P})$$

- K_{eNN}- człon kinematyczny, przekrój czynny off-shell elektron-2 nukleony:

$$\sigma(e2N) \propto L_{\mu\nu} \sum_{s_1s_2\sigma_1\sigma_2\tau_1\tau_2} J^\mu(J^\nu)^\dagger$$

- $L_{\mu\nu}$-tensor leptonowy, J^μ-prąd jądrowy:

$$\begin{aligned} J^\mu &= \left\langle s_1t_1, s_2t_2 \left| \hat{\Gamma}^\mu_{\gamma^*N}(\vec{k}^-) \right| \sigma_1\tau_1, \sigma_2\tau_2 \right\rangle + \left\langle s_1t_1, s_2t_2 \left| \hat{\Gamma}^\mu_{\gamma^*N}(\vec{k}^+) \right| \sigma_1\tau_1, \sigma_2\tau_2 \right\rangle + \\ &- \left\langle s_2t_2, s_1t_1 \left| \hat{\Gamma}^\mu_{\gamma^*N}(\vec{k}^-) \right| \sigma_1\tau_1, \sigma_2\tau_2 \right\rangle - \left\langle s_2t_2, s_1t_1 \left| \hat{\Gamma}^\mu_{\gamma^*N}(\vec{k}^+) \right| \sigma_1\tau_1, \sigma_2\tau_2 \right\rangle \end{aligned}$$

- Funkcja faktoryzacji: dystrybucja pędów środka masy zakłócana przez FSI:

$$\begin{aligned} F^D_{n_1l_1,n_2l_2}(\vec{P}) &= 4 \sum_{m_{l_1}m_{l_2}} \left| \sum_{N\Lambda M_\Lambda} \int d\vec{R} \left\langle l_1m_{l_1}, l_2m_{l_2} | \Lambda M_\Lambda \right\rangle \langle n_1l_1n_2l_2 : \Lambda | 00N\Lambda : \Lambda\rangle \right. \\ &\left. \mathcal{F}^\dagger_{FSI}(\vec{R},\vec{R})\psi_{N\Lambda M_\Lambda}(\sqrt{2}\vec{R}) \right|^2 \end{aligned}$$

Faktoryzacja przekroju

- W limicie zaniedbywalnych FSI mamy:

$$P_2(P|nl = 00) = \frac{3}{(2\pi)^3 A(A-1)} \sum_{n_\alpha l_\alpha n_\beta l_\beta} \int d\Omega_P F^D_{n_\alpha l_\alpha, n_\beta l_\beta}(\vec{P})$$

- Ważny wynik: spadek $P_2(P|nl = 00)$ ze wzrostem $A \to$ wzrost przekroju czynnego $A(e, e'NN)$ wolniejszy, niż A^2.
- Relacja między funkcją faktoryzacji i wkładem par z liczbami kwantowymi $n_\alpha l_\alpha, n_\beta l_\beta$ do $P_2(P|nl = 00)$.

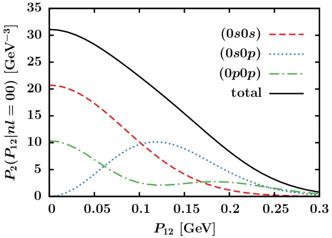


FIG. 6. (Color online) The contribution of the different shell-model pair combinations to the $P_2(P_{12}|nl = 00)$ for pp pairs in ^{12}C.

Uniwersytet Wrocławski

Symulacje MC

- Praca CCRV PRC89 kinematyka JLab CLAS "data mining" ^{12}C, ^{27}Al, ^{56}Fe, ^{208}Pb $E = 5.014$ GeV.
- Cięcia na wiodący proton $0.62 < \frac{|\vec{p}_1|}{|\vec{q}|} < 0.96$, $\Theta_{\vec{p}_1,\vec{q}} < 25^o$, $|\vec{k}_1 > 300$ MeV
- Ciecia zwiększające wkład SRC $x_B = \frac{Q^2}{2Mq^0} > 1.2$ i Q^2>1.4 GeV^2.
- Założenie w MC: przekaz pędu trafia do wiodącego protonu. Na ile zasadne??
- Losowanie $\vec{P}$ z dystrybucji pędów środka masy oscylatora harmonicznego, takze przy $nl = 00$.

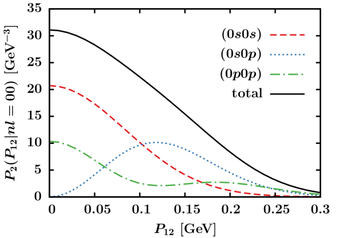


FIG. 6. (Color online) The contribution of the different shell-model pair combinations to the $P_2(P_{12}|nl = 00)$ for pp pairs in ^{12}C.

Uniwersytet Wrocławski

Symulacje MC

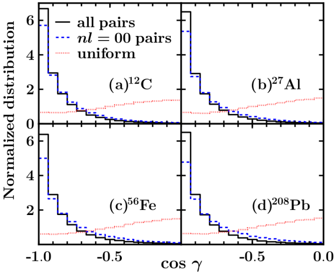


FIG. 8. (Color online) The opening angle distribution of the simulated $A(e,e'pp)$ events in the kinematics described in the text. The black solid, blue dashed, and red dotted lines are for a reaction picture with an $(e,e'pp)$ cross section proportional to $P_2(P_{12})$, to $P_2(P_{12}|nl = 00)$, and to a uniform pair c.m. distribution.

- Kąt między nukleonami wychodzącymi z jądra.
- Wyniki bez FSI: imponująca różnica z rozkładem jednorodnym $P_2(P)$ (jaki rozkład daje FG/LFG?$\rightarrow$ do sprawdzenia).
- Większość wkładu od względnego momentu pędu i funkcji radialnej $n = l = 0$.
- Obraz fizyczny: para mocno związanych nukleonów z przeciwnymi pędami. Definitywnie poza FG/LFG.

Symulacje MC

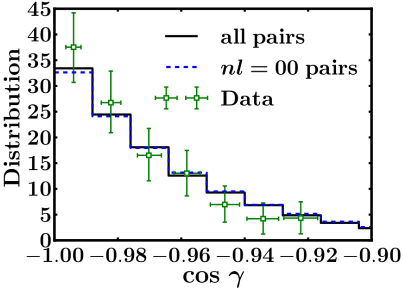


FIG. 9. (Color online) The opening angle distribution of the ^{12}C$(e,e'pp)$ reaction in the kinematics of Ref. [3]. Curve notations of Fig. 8 are used.

- Kąt między nukleonami wychodzącymi z jądra kontra dane.
- Większość wkładu od względnego momentu pędu i funkcji radialnej $n = l = 0$.
- Obraz fizyczny: para mocno związanych nukleonów z przeciwnymi pędami.

Symulacje MC

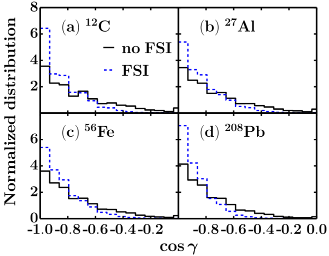


FIG. 11. (Color online) The normalized opening angle distributions for A($e,e'pp$) for ^{12}C, ^{27}Al, ^{56}Fe, and ^{208}Pb in the kinematics of Fig. 10.

- Symulacje z FSI "Relativistic Multile-Scattering Glauber Approximation.
- Wynik: kąt otwarcia jeszcze bliższy Π.

Symulacje MC

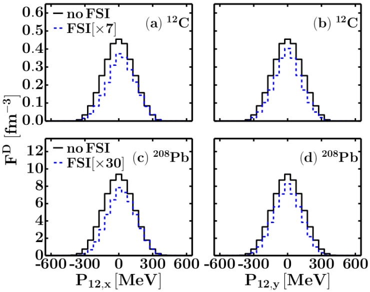


FIG. 10. (Color online) The two-body c.m. momentum distribution for ^{12}C$(e,e'pp)$ (top) and ^{208}Pb$(e,e'pp)$ (bottom) with (RMSGA) and without (no-FSI) inclusion of FSIs. We consider the kinematics $|\vec{q}| = 1.4$GeV$, |\vec{p}_1| = 0.82|\vec{q}|$, and $\theta_{\vec{p}_1,\vec{q}} = 10^{\circ}$. The FSI results have been multiplied by a factor of 7 for ^{12}C$(e,e'pp)$ and by a factor of 30 for ^{208}Pb$(e,e'pp)$.

- Symulacje z FSI "Relativistic Multile-Scattering Glauber Approximation.
- Wynik: Drastyczna redukcja funkcji faktoryzującej F_D a więc i przekroju. Kształt, o dziwo, zachowany.

Uniwersytet Wrocławski

Podsumowanie

- Oddziaływanie na skorelowanych parach w rozsądnym porzybliżeniu numerycznym (oscylator harmoniczny+ rozwinięcie klastrowe dla SRC).
- Spadek $P(P|nl = 00)$ z liczbą atomową: wkład dwuciałowy nie skaluje się trywialnie jak $\frac{Z(Z-1)}{2}$ dla par pp i NZ dla par pn.
- Ogromny wkład od par blisko związanych ze względnym $nl = 00$. Obecnie żadne MC tego nie ma!
- Ładny sygnał i efekt dla dużych energii i Q^2. Co z kinematykami typowymi dla np. T2K? Czy się nie rozmyje ze wzgledu na wiązkę? Czy FSI nie zmienią kształtu dystrybucji?
- Potencjalnie ważne dla poszukiwań sygnału MEC: teraz losują nukleony w gazie Fermiego.
- Warto sprawdzić kąt otwarcia LFG (NuWro MEC)?
- Warto pomyśleć o odpowiednim przeważaniu wylosowanych pędów w stronę $nl = 00$ i $P(P|nl = 00)$?
- Strona teoretyczna: ciekawy kawałek mechaniki kwantowej. Separacja Talmiego-Moshinskiego możliwa też dla cząstek swobodnych. Można zobaczyć wprost, co przewiduje (L)FG.